# Compendio di alcune definizioni e risultati di meccanica

| | |
|---|---|
| In un sistema inerziale: | $\vec{F}=0 \Leftrightarrow \vec{\mathrm{v}}=\text{costante}$<br>$\vec{F}\neq 0 \Rightarrow \vec{F}=m\vec{a}=m\dfrac{d\vec{\mathrm{v}}}{dt}=m\dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2}$<br>$\vec{F}_{ij}=-\vec{F}_{ji}$ |
| Quantita` di moto: | $\vec{p}=m\vec{\mathrm{v}}$ |
| Energia cinetica | $T=\dfrac{1}{2}m\mathrm{v}^2$ |
| Momento della quantita` di moto – o momento angolare (rispetto ad un polo O) | $\vec{L}=(\vec{r}-\vec{r}_O)\times\vec{p}$ |
| Momento della forza | $\vec{M}=(\vec{r}-\vec{r}_O)\times\vec{F}$ |
| Forza elastica (di richiamo) | $\vec{F}=-k\vec{r}$<br>$F=-kx \Rightarrow \ddot{x}+\omega^2 x=0\ \ (\omega^2=\dfrac{k}{m},\ \text{periodo } T=\dfrac{2\pi}{\omega})$<br>$x(t)=A\cos(\omega t+\varphi)$ |
| Forza costante | $\vec{F}=\vec{F}_0$<br>$F_x=F_0 \Rightarrow x(t)=x_0+\dot{x}_0(t-t_0)+\dfrac{1}{2}\dfrac{F_0}{m}(t-t_0)^2$<br>$\mathrm{v}_x=\dot{x}_0+\dfrac{F_0}{m}(t-t_0)$<br>$a_x=\dfrac{F_0}{m}$ |
| Lavoro elementare di una forza | $dW=\vec{F}\cdot d\vec{r}$ |
| Lavoro da A a B lungo una traiettoria **Γ** | $W_{AB}=\int_{A,\Gamma}^{B}\vec{F}\cdot d\vec{r}=\int_{t_A}^{t_B}\vec{F}(\vec{r}(t))\cdot\dfrac{d\vec{r}}{dt}dt$ |
| Potenza (lavoro per unita` di tempo) | $P=\dfrac{dW}{dt}$ |

| | |
|---|---|
| Teorema delle forze vive | $W_{AB} = T_B - T_A = \frac{1}{2} m \mathrm{v}_B^2 - \frac{1}{2} m \mathrm{v}_A^2$ |
| Forza conservativa | $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0 \ (\forall C) \xrightarrow{T.Stokes} \vec{\nabla} \times \vec{F} = 0 \ \Rightarrow \ \vec{F} = -\vec{\nabla} U \Rightarrow dW = -dU$<br>$dU = \vec{\nabla} U \cdot d\vec{r} = -\vec{F} \cdot d\vec{r} = -dW$ |
| Conservazione dell'energia meccanica (in presenza di forze conservative) | $E = T + U = \text{costante} \quad (\Delta E = 0)$<br>$\Delta E = 0 = \Delta T + \Delta U = \Delta W + \Delta U \Rightarrow \Delta U = -\Delta W$ |
| In presenza di forze non conservative | $\Delta E = W^{\text{(non conservative)}}$ |
| Moto circolare uniforme | $\mathrm{v} = \omega R \quad a = \omega \mathrm{v} = \omega^2 R = \frac{v^2}{R} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$<br>$\omega$ : frequenza angolare, T: periodo, $\nu$ : frequenza = 1/T |
| Centro di massa | $\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{M}; \ \ \vec{r}_{CM} = \frac{1}{M} \int \vec{r} \, dm(\vec{r})$ |
| Quantita` di moto di un sistema di punti materiali | $\vec{P} = \sum_i \vec{p}_i = \sum_i m_i \mathrm{v}_i = M \frac{d\vec{r}_{CM}}{dt} = M\vec{P}_{CM}$ |
| Momento angolare di un sistema di punti materiali | $\vec{L}_O = \sum_i \vec{r}_{Oi} \times \vec{p}_i = \vec{L} + \vec{L}_{CM}$ |
| Energia cinetica totale | $T = \sum_i \frac{1}{2} m_i \mathrm{v}_i^2 = \sum_i \frac{1}{2} m_i \left\vert \vec{\mathrm{v}}'_i + \vec{\mathrm{v}}_{CM} \right\vert^2 = T' + T_{CM}$ |
| Velocita` di un punto di un corpo rigido | $\vec{\mathrm{v}} = \vec{\mathrm{v}}_{\mathrm{C}} + \vec{\omega} \times (\vec{r} - \vec{r}_C)$ |
| Momento di inerzia | $I = \sum_i m_i \rho_i^2 \quad (\rho_i$ trasverso all'asse di rotazione) |
| Teorema di Huygens Steiner | $I = I_{CM} + Md^2$ |
| Momento angolare assiale | $L_z = I\omega$ |
| Equazione del moto con asse di rotazione fisso | $M_z = I\ddot{\theta}$ |
| Energia cinetica (centro di massa + rotazione intorno al centro di massa) | $T = \frac{1}{2} M \mathrm{v}_{CM}^2 + \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2$ |
| Lavoro rotazionale | $dW = M_z d\theta$ |

| | |
|---|---|
| Equazioni cardinali della dinamica | $\begin{cases} \vec{F}^{(\mathrm{ext})} = \dfrac{d\vec{P}}{dt} \\ \vec{M}^{(\mathrm{ext})} = \dfrac{d\vec{L}}{dt} \end{cases}$ |