Esercizi di magnetismo

Fisica II a.a. 2003-2004
Lezione 16 Giugno 2004

Un riassunto sulle dimensioni fisiche e unità di misura

$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ $\longrightarrow$ ***definisce le dimensioni fisiche del campo B***

[B] = [m] [t]$^{-2}$ [i]$^{-1}$

[B] = [m] [q]$^{-1}$ [t]$^{-1}$

l'unità di misura di B è il Tesla : $T = \frac{N}{A \cdot m} = \frac{Kg}{A \cdot s^2}$

$\Phi(\vec{B}) = \vec{B} \cdot \vec{\Sigma}$ $\longrightarrow$ ***definisce le dimensioni fisiche del flusso di B***

[Φ] = [l]^2[m][t]$^{-2}$[i]$^{-1}$

[Φ] = [B][l]^2

l'unità di misura del flusso di B è il Weber : $Wb = T \cdot m^2$

$\Phi(\vec{B}) = Li$ $\longrightarrow$ ***definisce le dimensioni fisiche dell'induttanza***

[L] =[l]^2[m][t]$^{-2}$[i]$^{-2}$

[L] = [B][l]^2[i]$^{-1}$

l'unità di misura dell'induttanza è l' Henry $H = \frac{Wb}{A}$

$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$ $\longrightarrow$ ***collega semplicemente Φ con la f.e.m.*** $\longrightarrow$ **weber = volt · secondo**

per cui : $H = \frac{Wb}{A} = \frac{V \cdot s}{A} = \Omega \cdot s$

La permeabilità magnetica μ:

$$\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\hat{r}}{r^2}$$ → ***definisce le dimensioni fisiche della permeabilità μ*** **$[\mu] = [l][m][t]^{-2}[i]^{-2}$**

in pratica è più semplice esprimerla attraverso l'espressione del campo di solenoide:

$$B = \mu n i$$ → **$[\mu] = [B][i]^{-1}[l]$**

per cui : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{T \cdot m}{A} = \frac{Wb}{A \cdot m} = \frac{H}{m}$

Vettore di magnetizzazione e campo H hanno le stesse dimensioni : $\vec{M} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{H}$

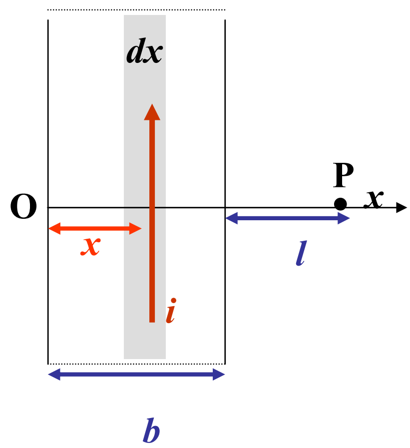
dall'espressione: $H = ni$ $[H]=[l]^{-1}[i]$ **H si misura in** ampere-spire / metro

$$\vec{m} = \Sigma i \hat{u}_n$$ → ***definisce le dimensioni fisiche del momento magnetico*** **$[m] = [l]^2[i]$**

Un nastro conduttore di larghezza b e spessore trascurabile è percorso da una corrente i , costante ed uniformemente distribuita sulla sezione.
Si vuole calcolare il campo B generato in un punto del piano π contenente il nastro, ad una distanza l dal bordo dello stesso.
Sia b= 5 cm , l = 10 cm, i = 10 A. ***(* Risp. B=1,62 · 10^{-5} T *)***

Il campo nel punto P si ottiene come la sovrapposizione dei campi generati da striscie parallele di larghezza infinitesima dx in cui si può pensare suddiviso il nastro.

Ciascuna striscia infinitesima è equivalente ad un filo rettilineo indefinito percorso da una corrente di = i dx /b , il cui campo B ad una distanza r dal filo è dato dalla legge di Biot Savart :



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi b}\frac{dx}{x_p - x}\hat{u}_n = \frac{\mu_0\, i}{2\pi b}\frac{dx}{l+b-x}\hat{u}_n$$

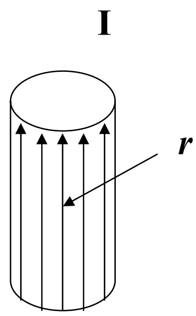
$$B = \int_{l+b}^{l} dB = \frac{\mu_0 i}{2\pi b}\int_{l+b}^{l}\frac{dx}{l+b-x} = \frac{\mu_0 i}{2\pi b} ln\left(\frac{l+b}{l}\right)$$

Osserviamo che per $l >> b$, quindi a distanza per cui la dimensione trasversale del nastro è trascurabile :

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi b} ln\left(\frac{l+b}{l}\right) = \frac{\mu_0 i}{2\pi b} ln\left(1+\frac{b}{l}\right) \simeq \frac{\mu_0 i}{2\pi b}\frac{b}{l} = \frac{\mu_0 i}{2\pi l}$$

il nastro diventa a tutti gli effetti un "filo" e riotteniamo la legge di Biot-Savart.

Una corrente stazionaria di intensità I passa in un lungo conduttore rettilineo sagomato a forma di tubo sottile di raggio R. Il conduttore è posto nel vuoto. Calcolare il campo B all' interno e all'esterno del tubo conduttore.



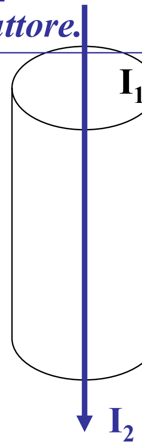
Per ogni percorso scelto internamente al conduttore, la corrente concatenata è nulla. Quindi $\mathbf{B_{int} \equiv 0}$.

All'esterno del conduttore :

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = 2\pi r B = \mu_0 I$$

$$B_{est} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Una corrente stazionaria di intensità I passa in un lungo conduttore rettilineo sagomato a forma di tubo sottile di raggio R. All'interno del tubo, lungo il suo asse, è posto un conduttore filiforme percorso da una corrente I_2 diretta come in figura. Calcolare il campo B all' interno del tubo conduttore.



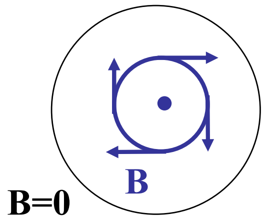
All'esterno del conduttore cavo il campo è nullo :

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 2\pi r B = \mu_0 I_1 - \mu_0 I_2 = 0$$

Nella regione tra i due conduttori, il campo è quello determinato da quello interno :

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 2\pi r B = \mu_0 I_2$$

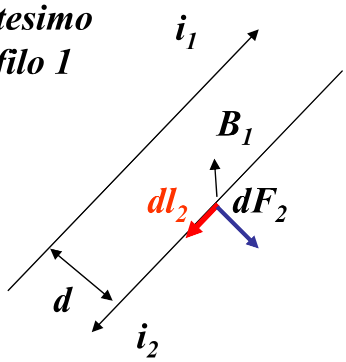
$$B_{r<R} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r}$$



Calcolare la forza per unità di lunghezza che si esercita tra due conduttori rettilinei indefiniti disposti parallelamente ad una distanza d e percorsi da correnti i1 ed i2 dirette in versi opposti.

La forza che si esercita sull'elemento infinitesimo del filo 2 ad opera del campo generato dal filo 1 sarà :

$$d\vec{F}_2 = i_2 d\vec{l}_2 \times \vec{B}_1$$



il campo del primo filo è dato dalla legge di Biot-Savart, e la forza, repulsiva rispetto al primo filo, sarà dunque :

$$dF_2 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d} i_2 dl$$

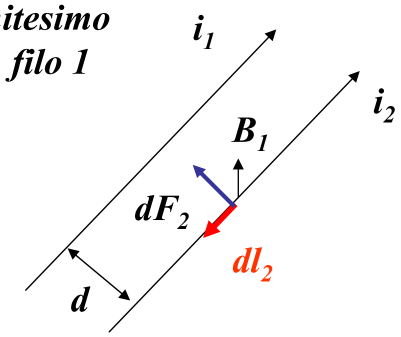
la forza per unità di lunghezza : $F_2 = \frac{\mu_0}{2\pi d} i_1 i_2$

→ ***analogamente si determina la forza F1 esercitata dal secondo filo sul primo , ottenendo lo stesso risultato.***

Calcolare la forza per unità di lunghezza che si esercita tra due conduttori rettilinei indefiniti disposti parallelamente ad una distanza d e percorsi da correnti i1 ed i2 dirette nello stesso verso .

La forza che si esercita sull'elemento infinitesimo del filo 2 ad opera del campo generato dal filo 1 sarà :

$$d\vec{F}_2 = i_2 d\vec{l}_2 \times \vec{B}_1$$



il campo del primo filo è dato dalla legge di Biot-Savart, e la forza, attrattiva rispetto al primo filo, sarà dunque :

$$dF_2 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d} i_2 dl$$

la forza per unità di lunghezza : $F_2 = \frac{\mu_0}{2\pi d} i_1 i_2$

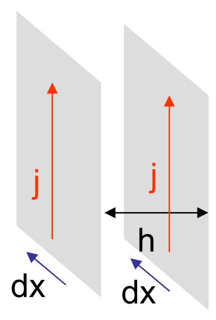
→ ***analogamente si determina la forza F_1 esercitata dal secondo filo sul primo , ottenendo lo stesso risultato.***

11 Settembre

Esercizio 4

Calcolare la forza per unità di area che si esercita tra due piastre metalliche indefinite parallele distanti **h** percorse, nello stesso verso, dalla stessa densità lineare di corrente **j** .

Ad un tratto dx della piastra corrisponde una corrente i = j dx. Il problema è analogo al calcolo della forza per unità di lunghezza tra due conduttori percorsi da corrente.



$$d\vec{F}_2 = \boxed{i_2} d\vec{l}_2 \times \vec{B}_1 \qquad d\vec{F}_1 = \boxed{i_1} d\vec{l}_1 \times \vec{B}_2$$

= $j_2$dx **= $j_1$dx**

Il campo generato da una piastra indefinita percorsa da una densità di corrente j è parallelo alla piastra ed ha modulo: $B = \frac{\mu_0 j}{2}$

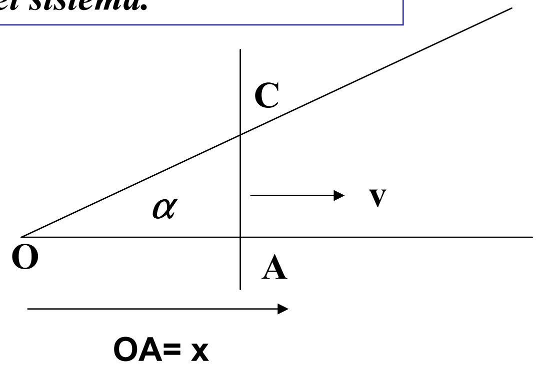
Per cui $dF_1 = dF_2 =$ $dF = j\,dx\,dl\frac{\mu_0 j}{2}$

La forza per unità di area è : $\frac{dF}{dl\,dx} = \frac{\mu_0 j^2}{2}$

Una sbarretta conduttrice AC scorre con velocità costante v su due guide conduttrici che formano un angolo α. Il sistema è immerso in un campo magnetico B ortogonale al circuito così formato. Assumendo che guide e sbarretta abbiano la stessa resistività per unità di lunghezza ρ, calcolare la corrente che circola nel sistema.

$$\Phi(B) = \frac{OA \cdot AC}{2} B = \frac{1}{2} x^2 tan\alpha B$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -xvBtan\alpha$$



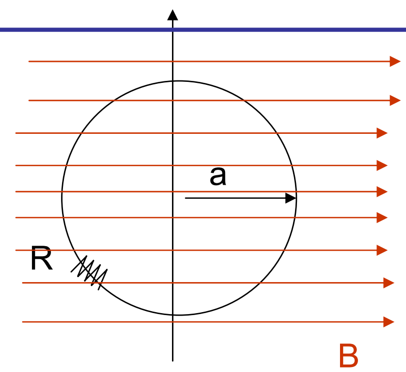
$$R = \rho(OA + AC + CO) = x\left(1 + tan\alpha + \frac{1}{cos\alpha}\right)$$

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{v}{\rho} \frac{sen\alpha}{1 + cos\alpha + sen\alpha}$$

Esercizio 4

Una bobina circolare di raggio **a** e resistenza **R**, formata da **n** spire, ruota attorno ad un diametro in una campo magnetico uniforme di intensità **B**. Quale deve essere la velocità di rotazione per produrre una corrente massima I_M nella bobina?

Il sistema è a tutti gli effetti un generatore di corrente alternata, dove una f.e.m. variabile nel tempo viene generata dalla variazione di flusso del campo B attraverso la bobina.

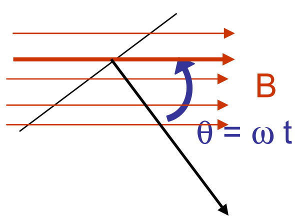


$$\Phi(B) = n\vec{B} \cdot \vec{\Sigma}$$

$$\Phi(B) = n\pi a^2 Bcos\theta = n\pi a^2 cos\omega t$$

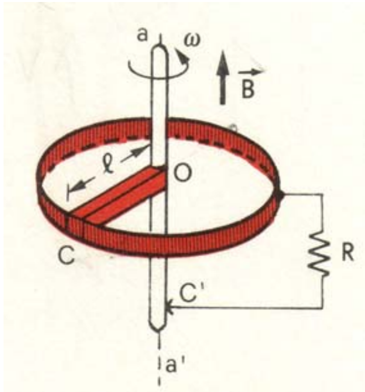
$$i = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt} = \boxed{\frac{n\omega\Sigma B}{R}} sen\omega t$$

$= I_M$



Una sbarra rigida conduttrice di lunghezza l è saldata ad un asse aa' rigido, conduttore, ortogonale alla sbarra stessa. L'asse è mantenuto in conduzione da una coppia di momento M in modo che la velocità angolare sia costante e valga ω.
L'estremità C della sbarra garantisce un contatto elettrico strisciante con un nastro conduttore a forma di circonferenza di raggio l.
Tra il nastro conduttore e l'asse in rotazione è disposta una resistenza R.
Il dispositivo è immerso in un campo B uniforme e costante nel tempo parallelo all'asse aa'.
Calcolare: a) la corrente che passa in R
b) la potenza meccanica che la coppia di momento meccanico M eroga per mantenere la sbarra in rotazione.

Siano: l = 20 cm, ω = 50 rad/s , R=100 Ω , B=0.3 T
Risp. a) i=0.3 mA , b) P=9· 10^{-4} W



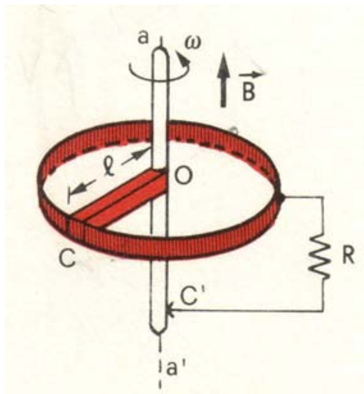
La nascita di una f.e.m. si riconduce all'azione della forza di Lorentz sulle cariche libere del conduttore in moto in presenza di campo magnetico.

a distanza r dall'asse di rotazione:

$$F = qvB = q\omega rB$$

esprimendo la stessa forza in termini di un campo elettrico: $F = qE$

abbiamo l'espressione del campo: $E(r) = \omega Br$



La f.e.m si ottiene come : $V = -\int_0^l \vec{E} \cdot d\vec{r} = \frac{1}{2}\omega Bl^2$

la corrente che circola sarà semplicemente: $i = \frac{V}{R}$

e la potenza dissipata sulla resistenza è quella che è necessario fornire dall'esterno, mediante l'applicazione del momento che fa ruotare la sbarra:

$$P = Ri^2$$