Cose da sapere - elettromagnetismo

In queste pagine c'e` un riassunto di relazioni e risultati che abbiamo discusso e che devono essere conosciuti.

Forza tra due cariche puntiformi (forza sulla carica 1 dovuta alla carica 2)	$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{\vert\vec{r}_1 - \vec{r}_2\vert^3}$
Campo elettrostatico nel punto $\vec{r}$ generato da una carica puntiforme q posta nel punto $\vec{r}\,'$	$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{r} - \vec{r}\,'}{\vert\vec{r} - \vec{r}\,'\vert^3}$
Forza agente su una carica q posta in un campo elettrostatico $\vec{E}$	$\vec{F} = q\vec{E}$
Principio di sovrapposizione: campo generato da una distribuzione discreta di cariche puntiformi	$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{r} - \vec{r}_i}{\vert\vec{r} - \vec{r}_i\vert^3}$
Estensione al caso continuo del principio di sovrapposizione	$\vec{E}(\vec{r}) = \int \frac{dq(\vec{r}\,')}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{r} - \vec{r}\,'}{\vert\vec{r} - \vec{r}\,'\vert^3}$
Distribuzione volumetrica di carica	$dq(\vec{r}\,') \to dV\rho(\vec{r}\,')$
Distribuzione superficiale di carica	$dq(\vec{r}\,') \to dA\sigma(\vec{r}\,')$
Distribuzione lineare di carica	$dq(\vec{r}\,') \to dl\lambda(\vec{r}\,')$
Campo di un piano indefinito con densita` superficiale uniforme σ	$\vec{E} = \pm\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{n}$
Campo all'interno di un doppio strato $\pm\sigma$	$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n}$ (diretto da $\sigma>0$ a $\sigma<0$)
Energia elettrostatica di un sistema di cariche puntiformi	$U = \frac{1}{2}\sum_{\substack{i,j \\ (i\neq j)}} \frac{q_i q_j}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_{ij}}$
Legge di Gauss	$\oint_\Sigma \vec{E}\cdot\vec{n}dA = \frac{\sum_i q_i}{\varepsilon_0}$ (la somma e` sulle cariche elettriche nel volume interno alla superficie chiusa attraverso la quale si calcola il flusso)
Espressione locale della legge di Gauss	$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \Rightarrow \rho = \varepsilon_0\vec{\nabla}\cdot\vec{E}$ (noto E posso calcolare la densita` di carica)
Il campo elettrostatico e` conservativo	$\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{r} = 0$
Forma locale della condizione di campo conservativo	$\vec{\nabla}\times\vec{E} = 0 \;\Rightarrow\; \vec{E} = -\vec{\nabla}V$
Equazione di Poisson	$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$

Differenza di potenziale tra 2 punti A e B	$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_B^A \vec{E}\cdot d\vec{r}$
Potenziale del campo (rispetto a un punto di riferimento r_0)	$V(\vec{r}) - V(\vec{r}_0) = -\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_{\vec{r}}^{\vec{r}_0} \vec{E}\cdot d\vec{r}$
Potenziale di una carica puntiforme q (zero all'infinito)	$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}$
Sovrapposizione di cariche puntiformi	$V(\vec{r}) = \sum_i \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i}{\|\vec{r}-\vec{r}_i\|}$
Estensione a distribuzioni continue di carica elettrica	$V(\vec{r}) = \int \frac{dq(\vec{r}\,')}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{\|\vec{r}-\vec{r}\,'\|}$
Campo e potenziale di un guscio sferico e di una sfera uniformemente carichi	Se non si ricordano, ricavarli velocemente dalla legge di Gauss
Potenziale di un filo uniformemente carico	$V(r) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_0}{r}$
Potenziale di un dipolo elettrico lontano dal dipolo	$V \simeq \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}\cdot\vec{e}_r}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}$
Forza e momento della forza su un dipolo elettrico in un campo $\vec{E}$	$\vec{F} = (\vec{p}\cdot\vec{\nabla})\vec{E} = \vec{\nabla}(\vec{p}\cdot\vec{E}) \quad \vec{M} = \vec{p}\times\vec{E}$
Energia potenziale di un dipolo in un campo $\vec{E}$	$U = -\vec{p}\cdot\vec{E}$
Campo elettrostatico vicino ad un conduttore carico (teorema di Coulomb)	$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n}$
Potenziale di un conduttore sferico con carica totale Q e raggio R	$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}$
Capacita` di un conduttore sferico di raggio R	$C = \frac{Q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 R$
Capacita` di un condensatore piano nel vuoto con armature di area A distanti d (trascurando gli effetti ai bordi)	$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$
Serie di n condensatori	$C^{-1} = \sum_{i=1}^{n} C_i^{-1}$
Parallelo di n condensatori	$C = \sum_{i=1}^{n} C_i$
Energia potenziale elettrostatica di un condensatore carico (d.d.p. V tra le armature)	$U_E = \frac{CV^2}{2} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{QV}{2}$
Densita` di energia del campo elettrostatico nel vuoto	$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \|\vec{E}\|^2$

Corrente elettrica (intensita`)	$i = \dfrac{dq(t)}{dt}$
Densita` di corrente elettrica	$\vec{J} = nq\vec{v} = \rho\vec{v}$ (ρ e` la densita` di carica, C/m^3)
Equazione di continuita` (conservazione della carica elettrica)	$\vec{\nabla}\cdot\vec{J} + \dfrac{\partial\rho}{\partial t} = 0$
Equazione di continuita` nel caso stazionario	$\vec{\nabla}\cdot\vec{J} = 0$
Legge di Ohm (locale)	$\vec{J} = \sigma\vec{E}$, $\vec{E} = \rho\vec{J}$ (σ = conduttivita`, $\rho = \dfrac{1}{\sigma} =$ resistivita`)
Legge di Ohm	$V = V_A - V_B = Ri$ (corrente circolante da A a B)
Resistenza di un elemento dl di un conduttore elettrico	$dR = \rho\dfrac{dl}{A}$ (ρ = resistivita`)
Dipendenza di ρ dalla temperatura	$\rho(T) = \rho(T_0)\left(1 + \alpha\Delta T\right)$
N resistori in serie	$R_{\mathrm{tot}} = \sum_{i=1}^{N} R_i$
N resistori in parallelo	$R^{-1}{}_{\mathrm{tot}} = \sum_{i=1}^{N} R_i^{-1}$
Potenza elettrica erogata	$P = Vi$
Potenza dissipata in un resistore (effetto Joule)	$P_R = Vi = Ri^2 = \dfrac{V^2}{R}$
Legge di Kirchoff (maglie)	$\sum_{k\in maglia} R_k i_k = \sum_{k\in maglia} \varepsilon_k$ (al secondo membro le f.e.m. presenti nella maglia; zero se non ci sono generatori di fem). Segno della f.e.m. al secondo membro: + se il generatore e` attraversato dalla corrente internamente dal polo – al polo +; - se il generatore e` attraversato dalla corrente internamente dal polo + al polo -).
Legge di Kirchoff (nodi)	$\sum_{k\in nodo} i_k = 0$ (correnti + se entrano, - se escono)
Circuito RC - carica V_0 indica la f.e.m. del generatore	$\begin{cases} q(t) = CV_0\left(1 - \mathrm{e}^{-t/RC}\right) \\ V_C(t) = V_0\left(1 - \mathrm{e}^{-t/RC}\right) \\ i(t) = \dfrac{dq}{dt} = \dfrac{V_0}{R}\mathrm{e}^{-t/RC} \end{cases}$

Circuito RC - scarica	$\begin{cases} q(t) = CV_0 e^{-\frac{t}{RC}} \\ V_C(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}} \\ i(t) = -\frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \end{cases}$
Energia fornita dal generatore nel processo di carica	$U = CV_0^2$ ($\frac{1}{2}CV_0^2$ viene immagazzinata nel condensatore, e altrettanta dissipata per effetto Joule nella parte resistiva)