Campo elettrostatico nei conduttori

- Considereremo conduttori metallici (no gas, semiconduttori, ecc): **elettroni di conduzione liberi di muoversi**
- Applichiamo un **campo elettrostatico**: movimento di cariche - transiente fino al raggiungimento di uno stato di equilibrio

$$\boxed{\vec{E} = 0 \quad \text{all'interno del conduttore}}$$

(media macroscopica dei campi elettrici microscopici che localmente possono differire significativamente da zero)

Campo elettrostatico nei conduttori

- **Campo elettrico nullo all’interno**
  - per la legge di Gauss non vi puo` essere eccesso di cariche nel volume del conduttore

Campo elettrostatico nei conduttori

- **Campo elettrico nullo all' interno**
  - per la legge di Gauss non vi puo` essere eccesso di cariche nel volume del conduttore
  - la **carica elettrica** puo` risiedere **solo sulla superficie esterna**, con densita` $\sigma(\vec{r})$

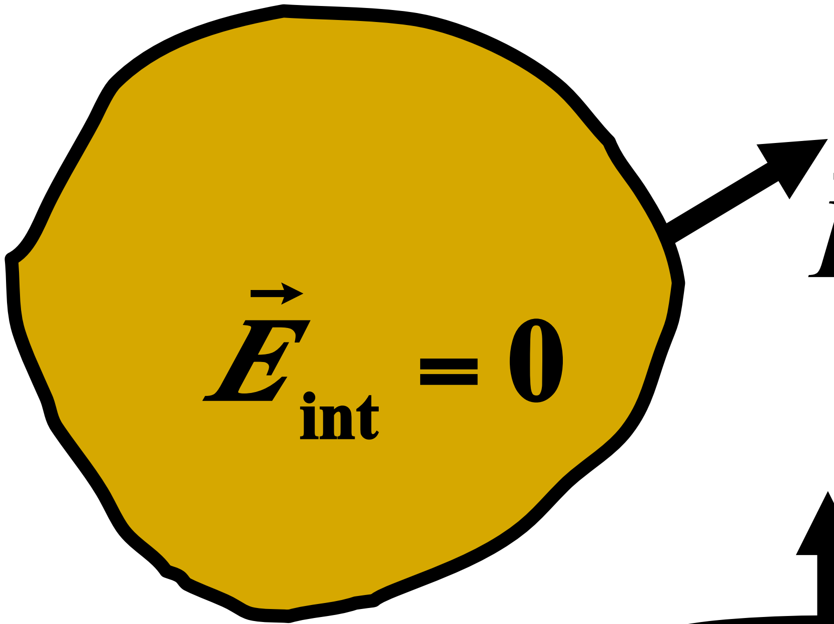
Campo elettrostatico nei conduttori

- **Campo elettrico nullo all' interno**
  - per la legge di Gauss non vi puo` essere eccesso di cariche nel volume del conduttore
  - la **carica elettrica** puo` risiedere **solo sulla superficie esterna**, con densita` $\sigma(\vec{r})$
  - il **potenziale** deve essere **costante**, inclusa la superficie (altrimenti moto di cariche)

Campo elettrostatico nei conduttori

superficie equipotenziale $\Rightarrow$ **campo elettrostatico normale alla superficie**

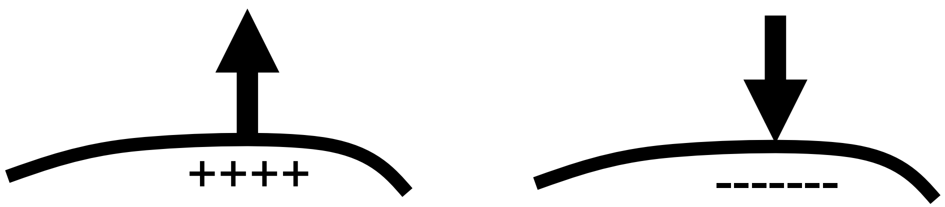
(una componente tangenziale metterebbe in movimento le cariche elettriche)



$$\vec{E}_{\text{int}} = 0$$

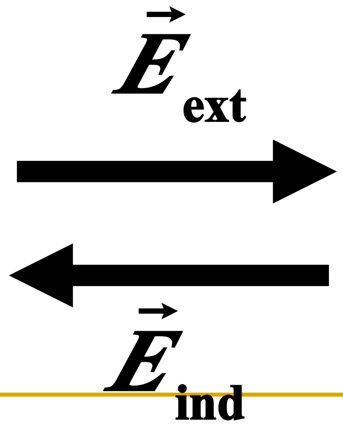
$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n}$$

teorema di Coulomb



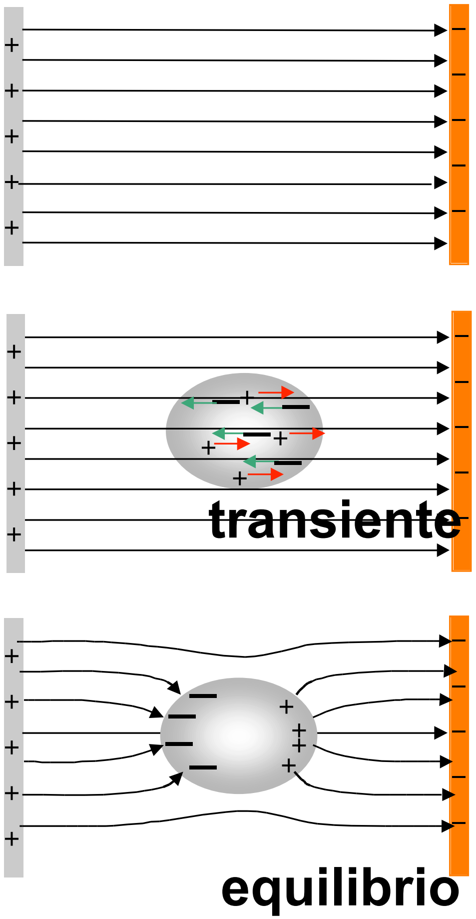
Campo elettrostatico nei conduttori

- Inseriamo un conduttore
- Ridistribuzione della carica superficiale del conduttore $(\tau \sim d / c)$
- La somma dei campi elettrico **esterno** e quello generato dalla carica superficiale (**indotto**) e\` nulla all' interno del conduttore



$$\boxed{\vec{E}_{\text{ext}} + \vec{E}_{\text{ind}} = \vec{0}}$$

Campo elettrostatico nei conduttori



Per l' unicita` della soluzione dei problemi di potenziale, la distribuzione di carica che rende nullo il campo interno e` **unica!**

$$\vec{E}_{\mathrm{ext}}$$

$$\vec{E}_{\mathrm{ind}}$$

$$\boxed{\vec{E}_{\mathrm{ext}} + \vec{E}_{\mathrm{ind}} = \vec{0}}$$

Campo elettrostatico nei conduttori: punte

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n}}$$

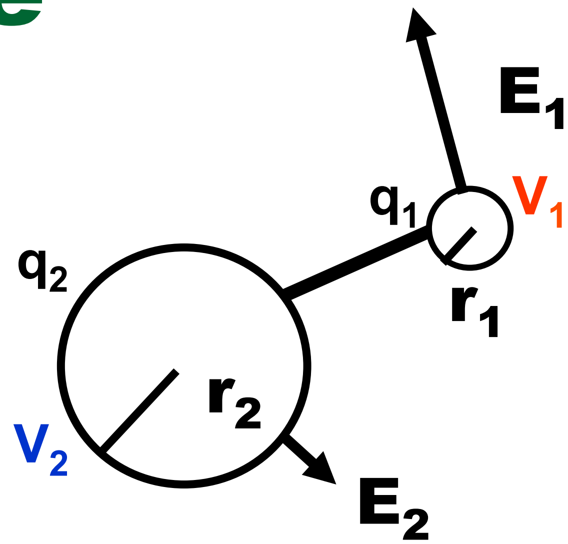
se σ diventa troppo grande (es. punte) e i conduttori non sono nel vuoto insorgono limitazioni pratiche

(scariche)

Campo elettrostatico nei conduttori: punte

$$V_1 = V_2$$ (equipotenziale)

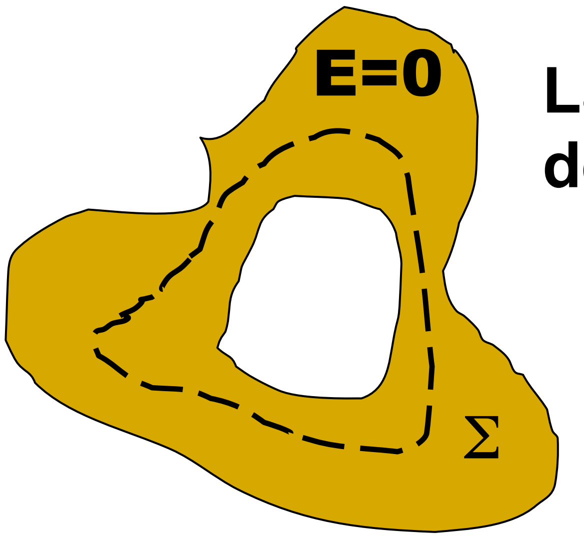
$$\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_1} = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_2} \Rightarrow \frac{q_1}{r_1} = \frac{q_2}{r_2}$$



$$\boxed{\frac{E_1}{E_2} = \frac{q_1}{r_1^2} \times \frac{r_2^2}{q_2} = \frac{r_2}{r_1}}$$

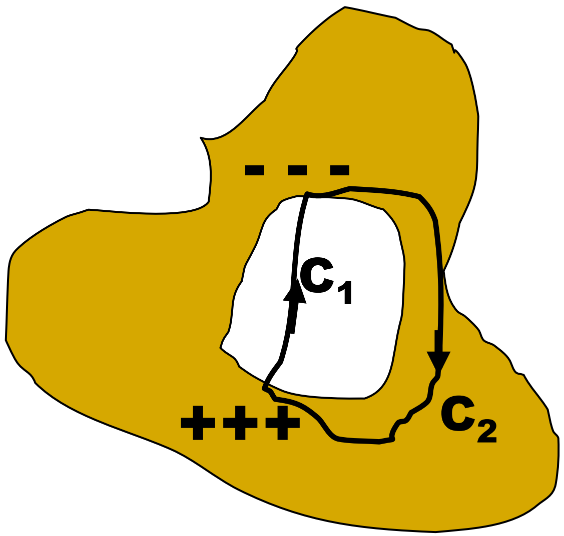
$$E \propto \frac{1}{r}$$

Conduttore cavo



La carica totale sulla superficie che delimita la cavita` e` nulla

$$\oint_\Sigma \underbrace{\vec{E}\cdot\vec{n}}_{=0}\, dA = \frac{Q}{\varepsilon_0} = 0$$



Non possono esservi nemmeno cariche spazialmente separate

$$\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_{C_1} \vec{E}\cdot d\vec{r} + \underbrace{\int_{C_2} \vec{E}\cdot d\vec{r}}_{=0} = \int_{C_1} \vec{E}\cdot d\vec{r} \neq 0$$

$\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{r} \neq 0$ impossibile, il campo e` conservativo

Conduttore cavo

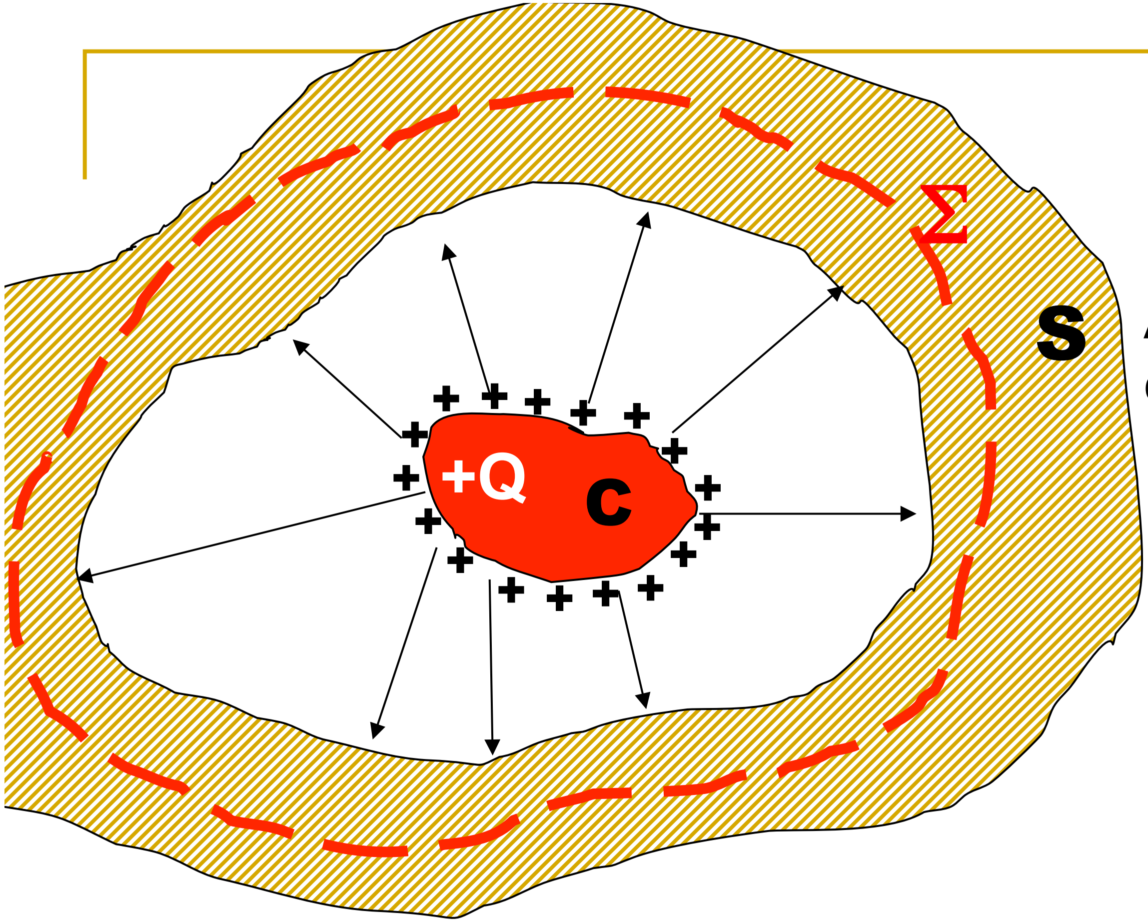
- In un conduttore cavo le cariche si distribuiscono sulla superficie esterna

- Il potenziale all'interno della cavita` e` uguale a quello del conduttore, altrimenti si genererebbe un campo elettrico diverso da zero

Conduttore cavo

- Dentro alla cavita` non c' e` mai una differenza di potenziale diversa da zero, indipendentemente dal potenziale a cui si trova il conduttore

- Il conduttore cavo si comporta da **schermo** verso il mondo esterno



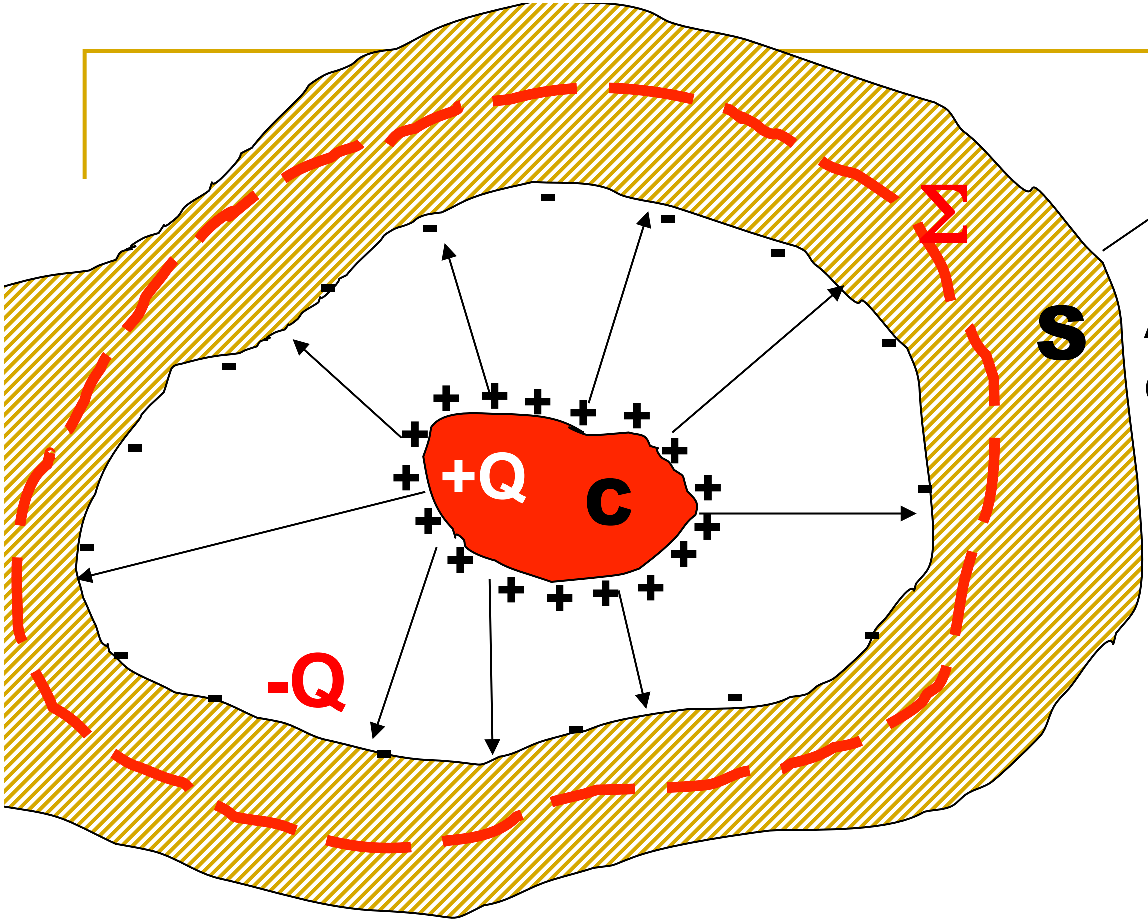
Mettiamo una carica Q all' interno della cavita`

All' interno del conduttore **S** il campo elettrico e` nullo

Applicando Gauss a Σ si ottiene zero, perche` non c' e` campo e quindi non c' e` flusso

Ne consegue che la carica totale entro Σ e` zero

Inizialmente scarico



Mettiamo una carica Q all' interno della cavita`

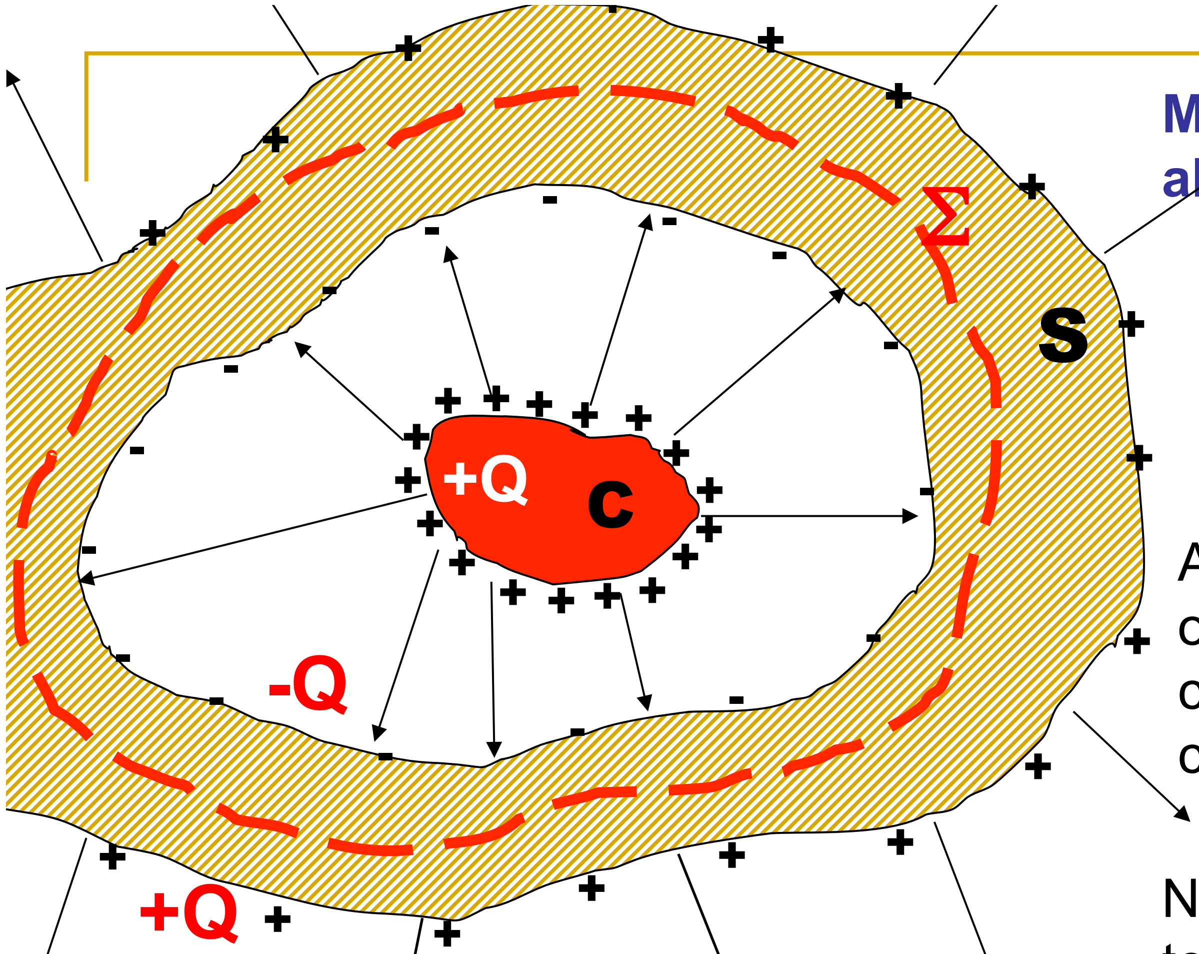
All' interno del conduttore **S** il campo elettrico e` nullo

Applicando Gauss a Σ si ottiene zero, perche` non c' e` campo e quindi non c' e` flusso

Ne consegue che la carica totale entro Σ e` zero

Di conseguenza sulla superficie interna del conduttore si deve trovare una carica –Q (induzione completa)

Inizialmente scarico



Mettiamo una carica Q all’ interno della cavita`

All’ interno del conduttore **S** il campo elettrico e` nullo

Applicando Gauss a Σ si ottiene zero, perche` non c’ e` campo e quindi non c’ e` flusso

Ne consegue che la carica totale entro Σ e` zero

Di conseguenza sulla superficie interna del conduttore si deve trovare una carica –Q (induzione completa)

La carica libera totale in S e` nulla, per cui sulla superficie esterna ci deve essere la carica +Q

Inizialmente scarico

Schermo elettrostatico

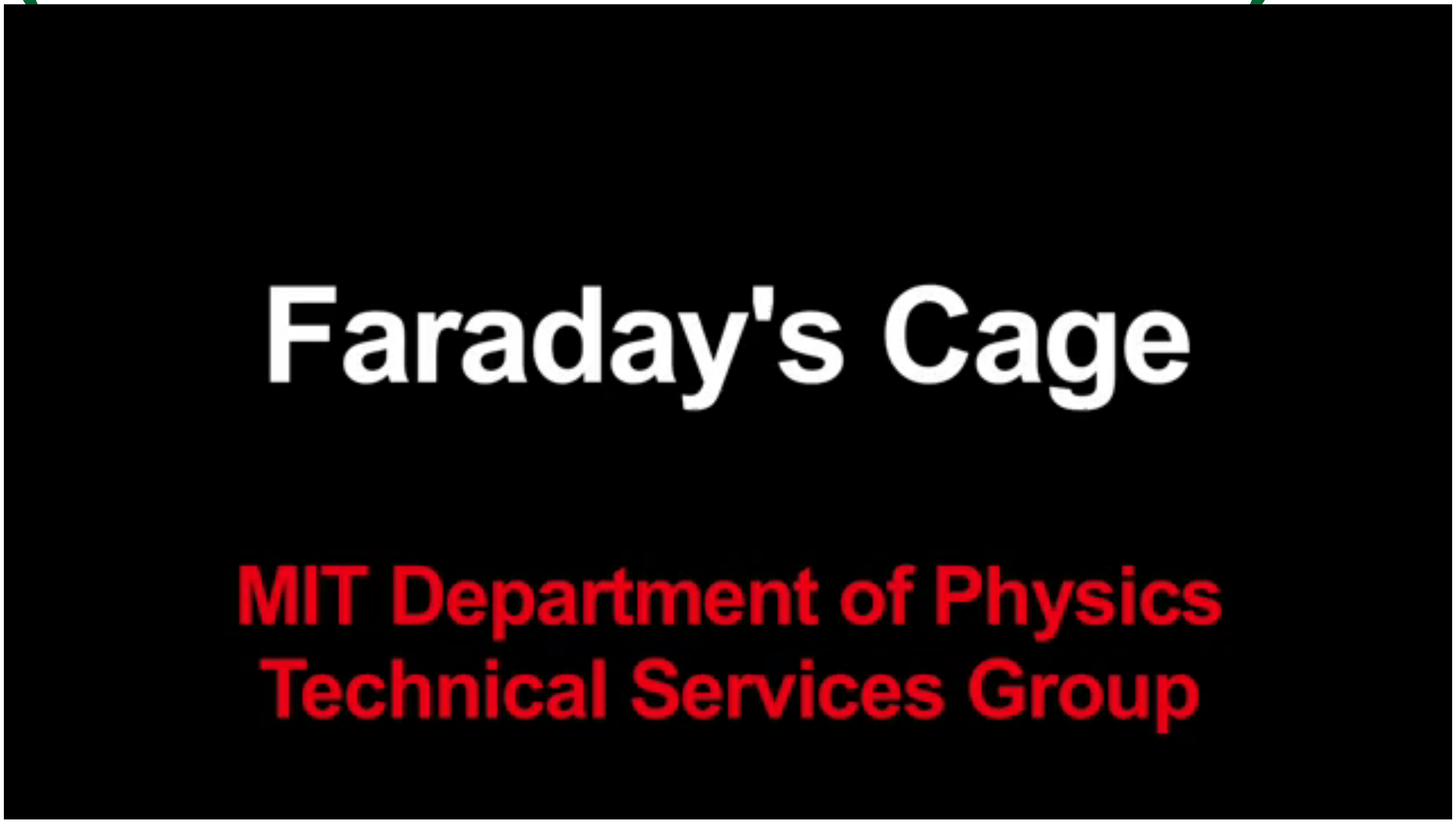
- La carica **Q** sulla superficie esterna si distribuisce secondo le **caratteristiche geometriche** della superficie generando una data **densita` superficiale** σ.

- Il **campo verso l'esterno dipende solo da** σ e non dalla posizione della carica nella cavita`.

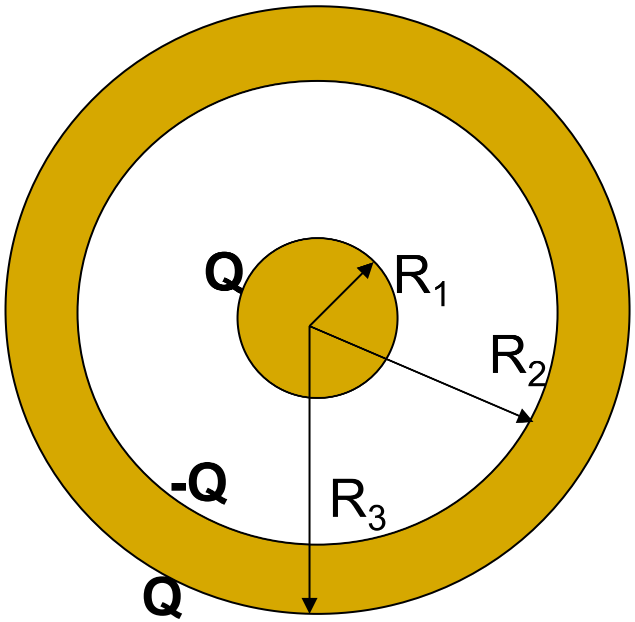
- Se la carica interna viene spostata (lentamente) non c'e` **alcun effetto verso il mondo esterno.**

- La distribuzione della carica –Q sulla superficie interna del conduttore S e` sempre tale che sommando con la carica +Q su C il **campo elettrico e` sempre nullo all'esterno della cavita`.**

Gabbia di Faraday (schermo elettrostatico)



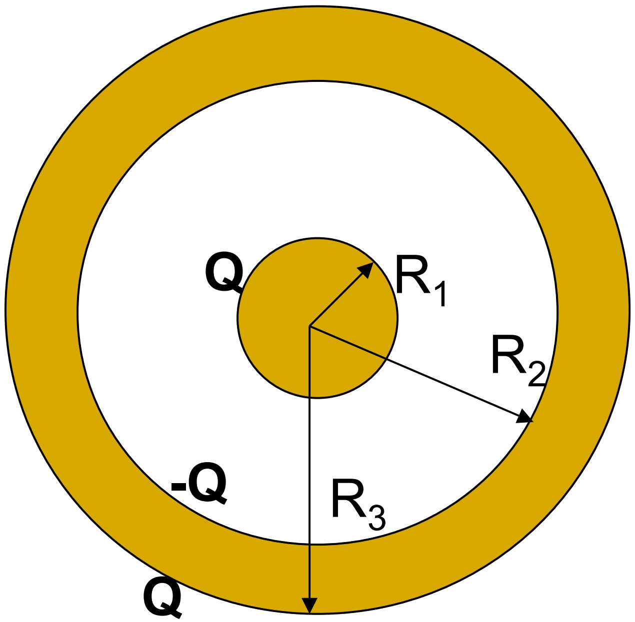
Schermo elettrostatico: illustrazione con geometria sferica



Ricordare che per un guscio sferico di raggio R con carica totale Q

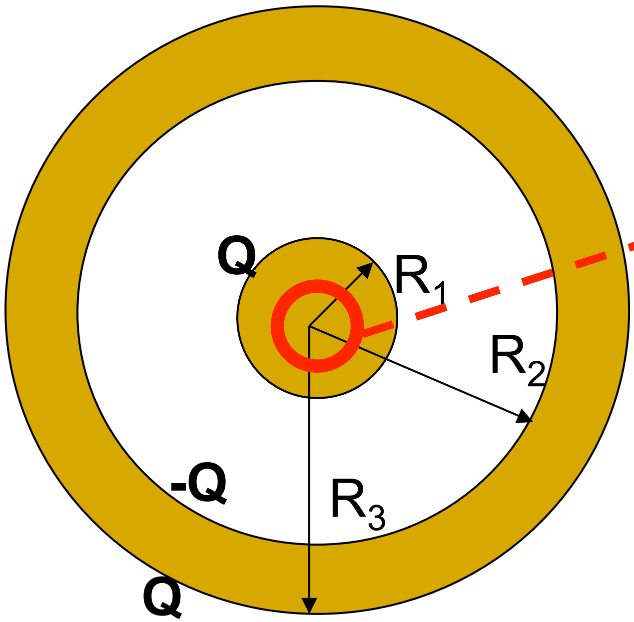
$$V(r) = \begin{cases} \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} & r \geq R \\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} & r \leq R \end{cases}$$

Schermo elettrostatico: illustrazione con geometria sferica



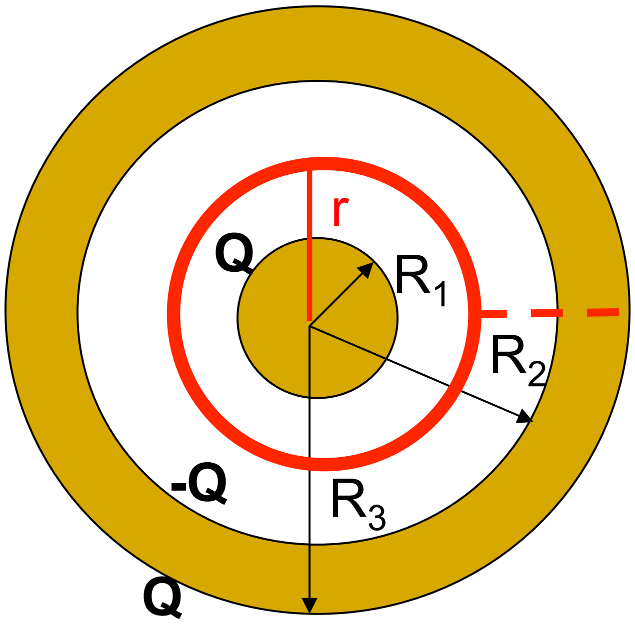
	$4\pi\varepsilon_0 V(r)$	$4\pi\varepsilon_0 E(r)$
$0 \le r \le R_1$		
$R_1 \le r \le R_2$		
$R_2 \le r \le R_3$		
$r \ge R_3$		

Schermo elettrostatico: illustrazione con geometria sferica



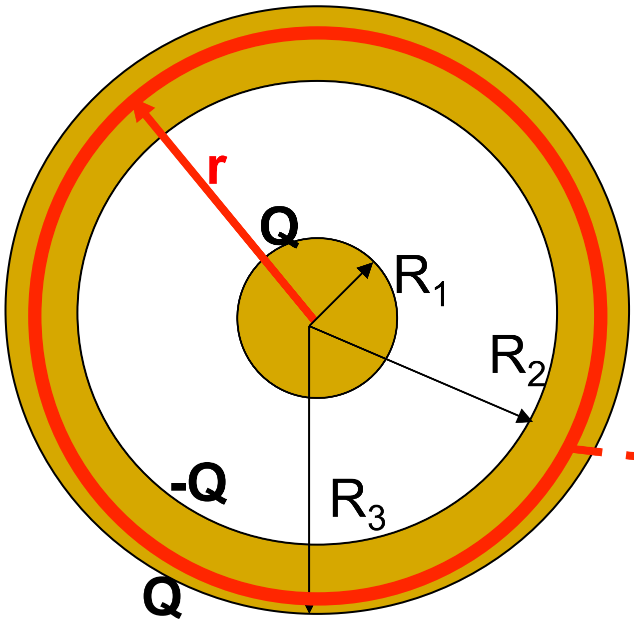
	$4\pi\varepsilon_0 V(r)$	$4\pi\varepsilon_0 E(r)$
$0 \leq r \leq R_1$	$\frac{q}{R_1} - \frac{q}{R_2} + \frac{q}{R_3} = 4\pi\varepsilon_0 V_1$	$0+0+0=0$

Schermo elettrostatico: illustrazione con geometria sferica



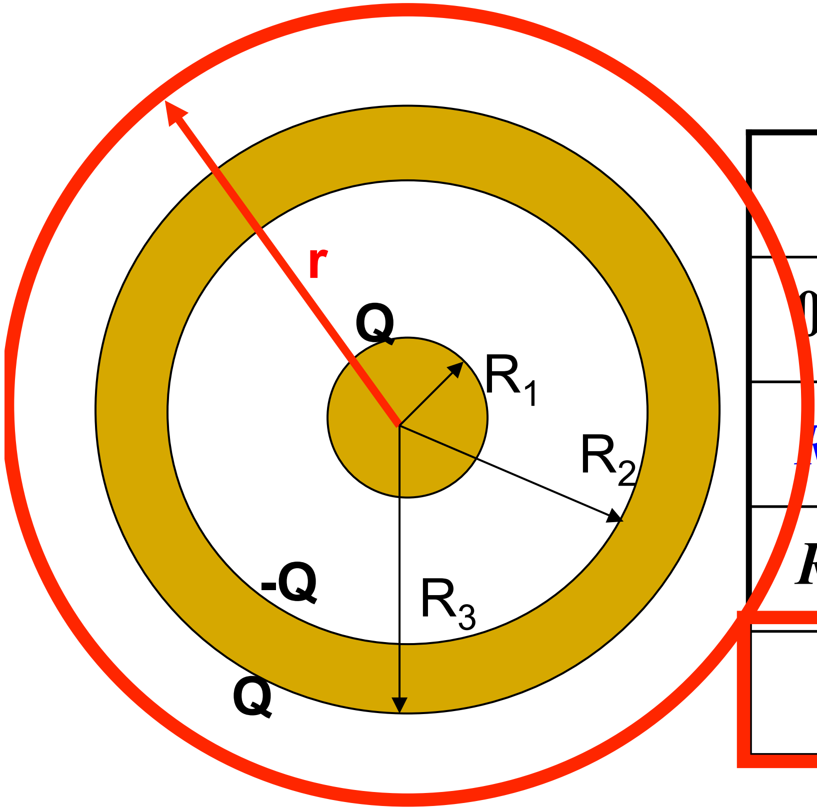
	$4\pi\varepsilon_0 V(r)$	$4\pi\varepsilon_0 E(r)$
$0 \le r \le R_1$	$\frac{q}{R_1} - \frac{q}{R_2} + \frac{q}{R_3} = 4\pi\varepsilon_0 V_1$	$0+0+0=0$
$R_1 \le r \le R_2$	$\frac{q}{r} - \frac{q}{R_2} + \frac{q}{R_3}$	$\frac{q}{r^2} + 0 + 0 = \frac{q}{r^2}$

Schermo elettrostatico: illustrazione con geometria sferica



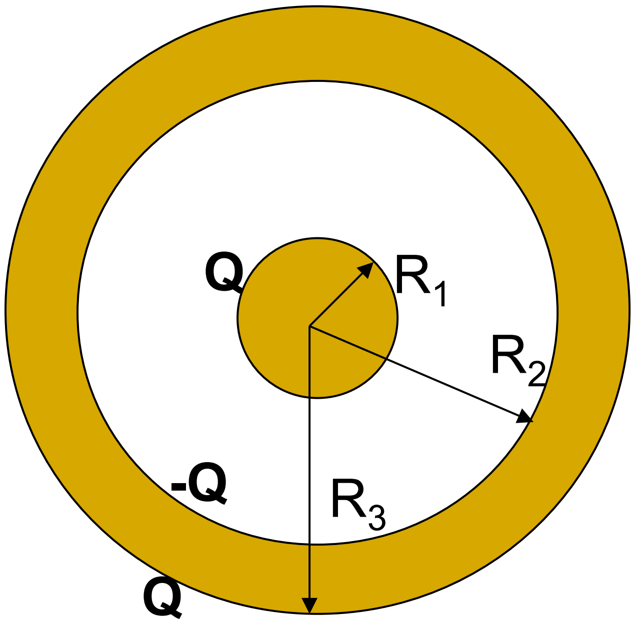
	$4\pi\varepsilon_0 V(r)$	$4\pi\varepsilon_0 E(r)$
$0 \le r \le R_1$	$\frac{q}{R_1} - \frac{q}{R_2} + \frac{q}{R_3} = 4\pi\varepsilon_0 V_1$	$0 + 0 + 0 = 0$
$R_1 \le r \le R_2$	$\frac{q}{r} - \frac{q}{R_2} + \frac{q}{R_3}$	$\frac{q}{r^2} + 0 + 0 = \frac{q}{r^2}$
$R_2 \le r \le R_3$	$\frac{q}{r} - \frac{q}{r} + \frac{q}{R_3} = 4\pi\varepsilon_0 V_2$	$\frac{q}{r^2} - \frac{q}{r^2} + 0 = 0$

Schermo elettrostatico: illustrazione con geometria sferica



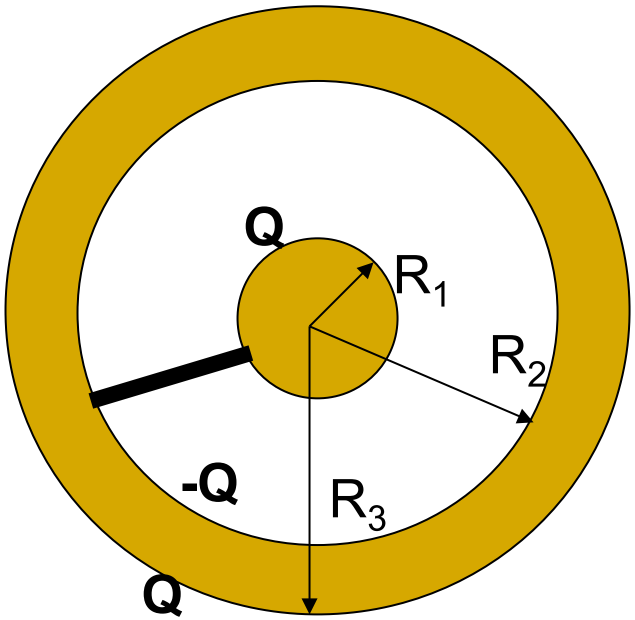
	$4\pi\varepsilon_0 V(r)$	$4\pi\varepsilon_0 E(r)$
$0 \le r \le R_1$	$\frac{q}{R_1}-\frac{q}{R_2}+\frac{q}{R_3}=4\pi\varepsilon_0 V_1$	$0+0+0=0$
$R_1 \le r \le R_2$	$\frac{q}{r}-\frac{q}{R_2}+\frac{q}{R_3}$	$\frac{q}{r^2}+0+0=\frac{q}{r^2}$
$R_2 \le r \le R_3$	$\frac{q}{r}-\frac{q}{r}+\frac{q}{R_3}=4\pi\varepsilon_0 V_2$	$\frac{q}{r^2}-\frac{q}{r^2}+0=0$
$r \ge R_3$	$\frac{q}{r}-\frac{q}{r}+\frac{q}{r}$	$\frac{q}{r^2}-\frac{q}{r^2}+\frac{q}{r^2}=\frac{q}{r^2}$

Schermo elettrostatico: illustrazione con geometria sferica



	$4\pi\varepsilon_0 V(r)$	$4\pi\varepsilon_0 E(r)$
$0 \le r \le R_1$	$\frac{q}{R_1} - \frac{q}{R_2} + \frac{q}{R_3} = 4\pi\varepsilon_0 V_1$	$0 + 0 + 0 = 0$
$R_1 \le r \le R_2$	$\frac{q}{r} - \frac{q}{R_2} + \frac{q}{R_3}$	$\frac{q}{r^2} + 0 + 0 = \frac{q}{r^2}$
$R_2 \le r \le R_3$	$\frac{q}{r} - \frac{q}{r} + \frac{q}{R_3} = 4\pi\varepsilon_0 V_2$	$\frac{q}{r^2} - \frac{q}{r^2} + 0 = 0$
$r \ge R_3$	$\frac{q}{r} - \frac{q}{r} + \frac{q}{r}$	$\frac{q}{r^2} - \frac{q}{r^2} + \frac{q}{r^2} = \frac{q}{r^2}$

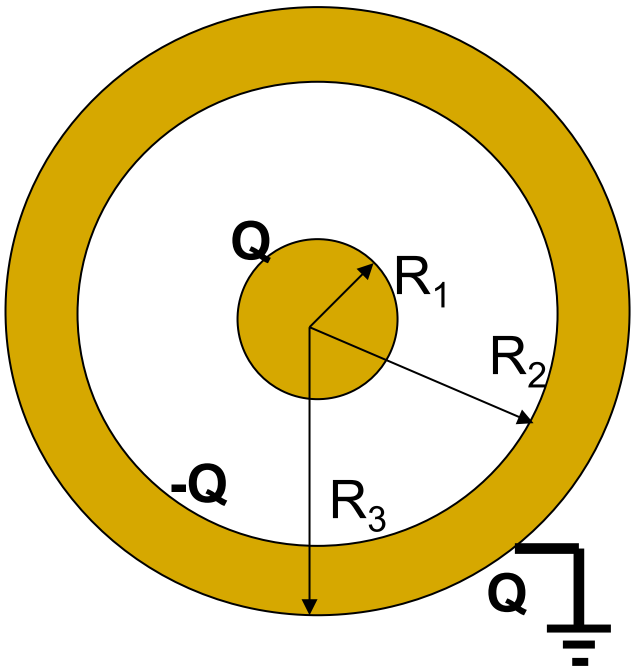
Schermo elettrostatico: illustrazione con geometria sferica



	$4\pi\varepsilon_0 V(r)$	$4\pi\varepsilon_0 E(r)$
$0 \leq r \leq R_1$	$\frac{q}{R_3}$	0
$R_1 \leq r \leq R_2$	$\frac{q}{R_3}$	0
$R_2 \leq r \leq R_3$	$\frac{q}{R_3}$	0
$R_3 \leq r$	$\frac{q}{r}$	$\frac{q}{r^2}$

Stesso campo e potenziale di prima verso il mondo esterno

Schermo elettrostatico: illustrazione con geometria sferica

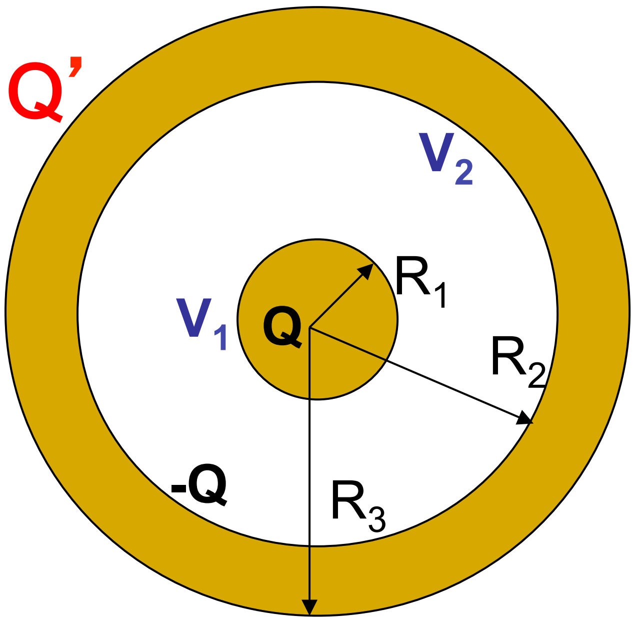


Ma la differenza di potenziale non cambia! Solo se n=2 nella legge di Coulomb.

	$4\pi\varepsilon_0 V(r)$	$4\pi\varepsilon_0 E(r)$
$0 \le r \le R_1$	$\frac{q}{R_1} - \frac{q}{R_2} + 0 = 4\pi\varepsilon_0 V'_1$	$0 + 0 + 0 = 0$
$R_1 \le r \le R_2$	$\frac{q}{r} - \frac{q}{R_2} + 0$	$\frac{q}{r^2} + 0 + 0 = \frac{q}{r^2}$
$R_2 \le r \le R_3$	$\frac{q}{r} - \frac{q}{r} + 0 = 4\pi\varepsilon_0 V'_2$	$\frac{q}{r^2} - \frac{q}{r^2} + 0 = 0$
$R_3 \le r$	$\frac{q}{r} - \frac{q}{r} + 0$	$\frac{q}{r^2} - \frac{q}{r^2} + 0 = 0$

Campo nullo all' esterno. Campo invariato all' interno. Il potenziale e` diminuito di $q/4\pi\varepsilon_0 R_3$ ($R_3$ e` il riferimento, prima era all' infinito).

Schermo elettrostatico: illustrazione con geometria sferica



Verifiche della legge di Coulomb: si varia la carica su R_3: V_2-V_1 non cambia.